



Figura 8

**SOLUCIÓN** Con frecuencia tenemos una asíntota vertical en un punto en donde el denominador es cero, y en este caso así es, ya que

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x}{x-1} = \infty \quad \text{y} \quad \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2x}{x-1} = -\infty$$

Por otra parte,

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x}{x-1} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2}{1 - 1/x} = 2 \quad \text{y} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x}{x-1} = 2$$

y así  $y = 2$  es una asíntota horizontal. La gráfica de  $y = 2x/(x-1)$  se muestra en la figura 8. ■

## Revisión de conceptos

1. Decir que  $x \rightarrow \infty$  significa que \_\_\_\_; decir que  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = L$  significa que \_\_\_\_\_. Dé sus respuestas en lenguaje informal.
2. Decir que  $\lim_{x \rightarrow c^+} f(x) = \infty$  significa que \_\_\_\_; decir que  $\lim_{x \rightarrow c^-} f(x) = -\infty$  significa que \_\_\_\_\_. Dé sus respuestas en lenguaje informal.

3. Si  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 6$ , entonces la recta \_\_\_\_ es una asíntota \_\_\_\_ de la gráfica de  $y = f(x)$ .
4. Si  $\lim_{x \rightarrow 6^+} f(x) = \infty$ , entonces la recta \_\_\_\_ es una asíntota \_\_\_\_ de la gráfica de  $y = f(x)$ .

## Conjunto de problemas 1.5

En los problemas del 1 al 42 determine los límites.

- |   |   |  |
|---|---|--|
| 1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{x-5}$  | 2. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{5-x^3}$                            | 21. $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{2x^2+3} - \sqrt{2x^2-5})$ . <i>Sugerencia:</i> multiplique y divida por $\sqrt{2x^2+3} + \sqrt{2x^2-5}$ .  |
| 3. $\lim_{t \rightarrow -\infty} \frac{t^2}{7-t^2}$   | 4. $\lim_{t \rightarrow -\infty} \frac{t}{t-5}$                               | 22. $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2+2x} - x)$  |
| 5. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{(x-5)(3-x)}$   | 6. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{x^2-8x+15}$                        | 23. $\lim_{y \rightarrow -\infty} \frac{9y^3+1}{y^2-2y+2}$ . <i>Sugerencia:</i> divida el numerador y el denominador entre $y^2$ .   |
| 7. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3}{2x^3-100x^2}$  | 8. $\lim_{\theta \rightarrow -\infty} \frac{\pi\theta^5}{\theta^5-5\theta^4}$ | 24. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{a_0x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_{n-1}x + a_n}{b_0x^n + b_1x^{n-1} + \dots + b_{n-1}x + b_n}$ , donde $a_0 \neq 0, b_0 \neq 0$ y $n$ es un número natural. |
| 9. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3-x^2}{\pi x^3-5x^2}$  | 10. $\lim_{\theta \rightarrow \infty} \frac{\sin^2 \theta}{\theta^2-5}$       | 25. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{\sqrt{n^2+1}}$   |
| 11. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3\sqrt{x^3+3x}}{\sqrt{2x^3}}$  | 12. $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt[3]{\frac{\pi x^3+3x}{\sqrt{2x^3+7x}}}$ | 26. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2}{\sqrt{n^3+2n+1}}$  |
| 13. $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt[3]{\frac{1+8x^2}{x^2+4}}$  | 14. $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{x^2+x+3}{(x-1)(x+1)}}$           | 27. $\lim_{x \rightarrow 4^+} \frac{x}{x-4}$   |
| 15. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{2n+1}$  | 16. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2}{n^2+1}$                           | 28. $\lim_{t \rightarrow 3^+} \frac{t^2-9}{t+3}$   |
| 17. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2}{n+1}$   | 18. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{n^2+1}$                             | 29. $\lim_{t \rightarrow 3^-} \frac{t^2}{9-t^2}$   |
| 19. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x+1}{\sqrt{x^2+3}}$ . <i>Sugerencia:</i> divida el numerador y el denominador entre $x$ . Observe que, para $x > 0$ , $\sqrt{x^2+3}/x = \sqrt{(x^2+3)/x^2}$ . |   | 30. $\lim_{x \rightarrow \sqrt[5]{5^+}} \frac{x^2}{5-x^3}$   |
| 20. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{2x+1}}{x+4}$   |   | 31. $\lim_{x \rightarrow 5^-} \frac{x^2}{(x-5)(3-x)}$  |
|   |   | 32. $\lim_{\theta \rightarrow \pi^+} \frac{\theta^2}{\sin \theta}$   |
|   |   | 33. $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{x^3}{x-3}$   |
|   |   | 34. $\lim_{\theta \rightarrow (\pi/2)^+} \frac{\pi\theta}{\cos \theta}$  |
|   |   | 35. $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{x^2-x-6}{x-3}$   |
|   |   | 36. $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2+2x-8}{x^2-4}$  |
|   |   | 37. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{[x]}{x}$   |
|   |   | 38. $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{[x]}{x}$   |